

Vorlesung: Mathematische Logik

Prof. Dr. Martin Weese / Dr. Thoralf Räsch
Wintersemester 2005/06

ÜBUNGSAUFGABEN — WEIHNACHTSSERIE 9

Die folgende Hausaufgabe ist freiwillig und wird bei positiver Bearbeitung mit Zusatzpunkten belohnt.

Hausaufgabe 1. Ein Mann und eine Frau wollen von einer Ortschaft A zu einer Ortschaft B gelangen. Sie haben ein Fahrrad und beschließen, wie folgt zu verfahren: Beide beginnen gleichzeitig, der Mann geht zu Fuß und die Frau fährt mit dem Fahrrad. Nach einer bestimmten Zeit hält die Frau mit dem Fahrrad an, stellt es am Wegrand ab und setzt ihren Weg zu Fuß fort. Nach einiger Zeit erreicht der Mann das Fahrrad. Er steigt auf und setzt seinen Weg mit dem Fahrrad fort. Schließlich überholt er die Frau, fährt noch ein Stück, stellt das Fahrrad am Weg ab und geht zu Fuß weiter. Wenn die Frau das Fahrrad erreicht, steigt sie auf und setzt den Weg auf dem Fahrrad fort, überholt den Mann usw. Schließlich erreichen beide gleichzeitig den Ort B . Dabei setzen wir außerdem voraus, daß

- (i) keine Pausen eingelegt werden;
- (ii) beide mit einer jeweils konstanten Geschwindigkeit laufen und Fahrrad fahren.

Hierbei sei nun l die Gesamtlänge der Strecke von A nach B , v_1 bzw. v_2 die konstante Geschwindigkeit der Frau bzw. des Mannes auf dem Fahrrad, v_3 bzw. v_4 die konstante Geschwindigkeit der Frau bzw. des Mannes beim Wandern, t_1 bzw. t_2 die Zeit der Frau bzw. des Mannes auf dem Fahrrad, t_3 bzw. t_4 die Zeit der Frau bzw. des Mannes beim Wandern, t die Zeit, die beide benötigen, um von A nach B zu gelangen.

Zeigen Sie:

- (1) Die Gesamtzeit t hängt nicht davon ab, wann und wie oft ein Wechsel vom Wandern zum Fahrradfahren und umgekehrt erfolgt.
- (2) Bestimmen Sie in Abhängigkeit von v_1, \dots, v_4 und l die Zeiten t_1, t_2 und t und untersuchen Sie, wann eine Eindeutigkeit der Lösung vorliegt.
- (3) Geben Sie die Zeiten t_1, t_2 und t an für folgende Werte: $l = 25 \text{ km}$, $v_1 = 15 \text{ kmh}^{-1}$, $v_2 = 20 \text{ kmh}^{-1}$, $v_3 = 4 \text{ kmh}^{-1}$, $v_4 = 5 \text{ kmh}^{-1}$.
- (4) Es sei $v_1 = v_2 = 20 \text{ kmh}^{-1}$, $v_3 = v_4 = 4 \text{ kmh}^{-1}$. Untersuchen Sie, wie sich in diesem Fall die Aufgabenstellung vereinfacht, und geben Sie eine Lösung an.

Abgabe: Nächste Übungsstunde, 13. Januar 2006.

*Wir wünschen ein frohes Weihnachtsfest
und einen guten Rutsch ins neue Jahr!*