

# Vorlesung: Mathematische Logik

Prof. Dr. Martin Weese / Dr. Thoralf Räsch  
Wintersemester 2005/06

ÜBUNGSAUFGABEN — SERIE 8

Dies ist eine neue Version des aktuellen Übungsblattes, da es Formulierungsschwierigkeiten in der ersten Hausaufgabe gab. Da der Zeitraum der Bearbeitung bereits fortgeschritten ist, nehme ich die Aufgabe aus der Wertung heraus, so dass Zusatzpunkte erarbeitet werden können. Insbesondere stelle ich es frei, welche Version dieser Aufgabe bearbeitet wird.

**Hausaufgabe 1.** Sei  $T$  eine  $\mathcal{L}$ -Theorie und  $T_{\forall}$  die Menge aller universellen Aussagen  $\varphi$  mit  $T \models \varphi$ . Zeigen Sie, dass genau dann  $\mathfrak{M} \models T_{\forall}$ , wenn es ein  $\mathcal{L}$ -Modell  $\mathfrak{N}$  gibt mit  $\mathfrak{M} \subseteq \mathfrak{N}$  und  $\mathfrak{N} \models T$ .

**Hausaufgabe 2.** Zeigen Sie, dass die folgenden Aussagen äquivalent sind:

- (a) Es gibt eine universelle Formel  $\psi(\bar{v})$  mit  $T \models \forall \bar{v} (\varphi(\bar{v}) \longleftrightarrow \psi(\bar{v}))$ .
- (b) Wenn  $\mathfrak{M}$  und  $\mathfrak{N}$  Modelle von  $T$  mit  $\mathfrak{M} \subseteq \mathfrak{N}$ ,  $\bar{a} \in \mathfrak{M}$  und  $\mathfrak{N} \models \varphi(\bar{a})$  sind, dann  $\mathfrak{M} \models \varphi(\bar{a})$ .

Abgabe: Nächste Übungsstunde, 23. Dezember 2005.