

Mathematik I für Physiker und Geowissenschaftler
WS 06/07 Blatt 1 (Aufgaben 1.1 - 1.2)

Abgabe: in den Übungen am 23./24.10.06

Die angegebenen Punktwerte werden nur für vollständig richtig bearbeitete Aufgaben gegeben.

Aufgabe 1.1 (Rationale Zahlen und Ungleichungen)

Zeige, dass für alle $a, b \in \mathbb{Q}$ gilt:

$$2ab \leq a^2 + b^2$$

(Hinweis: Um zu zeigen, dass $x \leq y$ gilt, ist es oft einfacher zu zeigen, dass $0 \leq y - x$ gilt. Dies ist so, weil man zeigen kann, dass eine Zahl $0 \leq z$ erfüllt, indem man eine Zahl $w \in \mathbb{R}$ mit $z = w^2$ vorgibt.)

(4 Punkte)

Aufgabe 1.2 (Approximation von Wurzeln mit rationalen Zahlen)

In der Vorlesung wurde $\sqrt{2}$ approximiert. Jetzt soll $2 + \sqrt{5}$ approximiert werden.

a) Zeige die Identität

$$2 + \sqrt{5} = 4 + \frac{1}{2 + \sqrt{5}} .$$

b) Zeige, dass $2 < \sqrt{5} < 3$ und folgere aus dieser *groben* Ungleichung die *viel bessere*

$$4 + \frac{4}{17} \leq 2 + \sqrt{5} \leq 4 + \frac{5}{21} .$$

Somit hat man ein Approximationsintervall für $2 + \sqrt{5}$ der Länge $\frac{5}{21} - \frac{4}{17} = \frac{1}{357}$.

c) Wiederhole diesen Prozess, bis der Fehler kleiner als $\frac{1}{1000}$ ist.

d) (*freiwillig*) Schreibe ein Programm, dass diesen Prozess fortsetzt, bis der Fehlerterm kleiner als eine einzugebende Zahl ist.

(6 Punkte)