

## Mathematik I für Physiker und Geowissenschaftler

### WS 06/07 Blatt 1 (Aufgaben 1.1 - 1.2)

\*\*\*\*\*

Abgabe: in den Übungen am 23./24.10.06

*Die angegebenen Punktwerte werden nur für vollständig richtig bearbeitete Aufgaben gegeben.*

#### Aufgabe 1.1 (Rationale Zahlen und Ungleichungen)

Zeige, dass für alle  $a, b \in \mathbb{Q}$  gilt:

$$2ab \leq a^2 + b^2$$

(Hinweis: Um zu zeigen, dass  $x \leq y$  gilt, ist es oft einfacher zu zeigen, dass  $0 \leq y - x$  gilt. Dies ist so, weil man zeigen kann, dass eine Zahl  $0 \leq z$  erfüllt, indem man eine Zahl  $w \in \mathbb{R}$  mit  $z = w^2$  vorgibt.)

(4 Punkte)

#### Aufgabe 1.2 (Approximation von Wurzeln mit rationalen Zahlen)

In der Vorlesung wurde  $\sqrt{2}$  approximiert. Jetzt soll  $2 + \sqrt{5}$  approximiert werden.

a) Zeige die Identität

$$2 + \sqrt{5} = 4 + \frac{1}{2 + \sqrt{5}} .$$

b) Zeige, dass  $2 < \sqrt{5} < 3$  und folgere aus dieser *groben* Ungleichung die *viel bessere*

$$4 + \frac{4}{17} \leq 2 + \sqrt{5} \leq 4 + \frac{5}{21} .$$

Somit hat man ein Approximationsintervall für  $2 + \sqrt{5}$  der Länge  $\frac{5}{21} - \frac{4}{17} = \frac{1}{357} .$

c) Wiederhole diesen Prozess, bis der Fehler kleiner als  $\frac{1}{1000}$  ist.

d) (*freiwillig*) Schreibe ein Programm, dass diesen Prozess fortsetzt, bis der Fehlerterm kleiner als eine einzugebende Zahl ist.

(6 Punkte)