Universität Potsdam
Institut für Mathematik
PD Dr. C. Devchand

Mathematik für Physiker III
WS 2009/2010 Blatt 36 (Aufgaben 36.1 - 36.4.)

Abgabe am Di 8.12.2009 um 11 Uhr

Aufgabe 36.1 (Residuen)

Finde die Pole und Residuen der folgenden Funktionen:

a) $\dfrac{1}{(z^2-7z+12)}$, b) $\dfrac{2z}{z^2-3z-4}$, c) $\dfrac{e^z}{(z-1)^2}$, d) $\dfrac{\cos z}{z^3}$, e) $\dfrac{1}{z^3-1}$.

(5 Punkte)

Aufgabe 36.2 (Wechsel von Variablen)

Sei $\quad F(t) := \displaystyle\int_0^\infty \frac{\sin tx}{x}\, dx \ , \qquad t \in \mathbb{R}$.

Zeige mit dem in der Vorlesung berechneten Integral $\displaystyle\int_0^\infty \frac{\sin x}{x}\, dx = \frac{\pi}{2}$
und mit dem Variablenwechsel, dass:

$$F(t) = -\frac{\pi}{2} \quad \text{für} \quad t < 0 \ , \qquad F(0) = 0 \ , \qquad F(t) = \frac{\pi}{2} \quad \text{für} \quad t > 0 \ .$$

(3 Punkte)

Aufgabe 36.3 (Schleifenintegrale)

Berechne die folgenden Schleifenintegrale:

a) $\displaystyle\int_C \frac{z^3-z+2}{z-1}\, dz$ um $x^2+2y^2=4$,

b) $\displaystyle\int_C \frac{z\, dz}{(z-2i)^2}$ um i) $x^2+y^2=1$, ii) $x^2+y^2=9$,

c) $\displaystyle\int_C \frac{3z^2-2z+1}{(z^2+1)(z-1)}\, dz$ um $x^2+y^2=4$,

d) $\displaystyle\int_C \frac{e^{\frac{\pi z}{2}}\, dz}{1+z^2}$ um eine einfach geschlossene Kurve, die die Punkte $z = \pm i$ einschließt.

(7 Punkte)

Aufgabe 36.4 (Reelles, uneigentliches Integral)

Zeige durch Integration einer geeigneten komplexen Funktion um einen großen Halbkreis, dass

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^2+2x+2} = \pi \ .$$

(5 Punkte)