

Mathematik für Physiker III
WS 2009/2010 Blatt 35 (Aufgaben 35.1 - 35.4)

Abgabe am Di 1.12.2009 um 11 Uhr

Aufgabe 35.1 (Komplexes Kurvenintegral)

Bestimme folgende Integrale:

a) $\int_C \frac{1}{|z|} dz$, b) $\int_C \frac{1}{|z|^{2009}} dz$, c) $\int_C e^{-z^2} dz$, d) $\int_C \bar{z}^n dz$, $n \in \mathbb{Z}$,

wobei C der Einheitskreis um den Ursprung ist. (4 Punkte)

Aufgabe 35.2 (Wegabhängigkeit des komplexen Kurvenintegrals)

Ist $|z|: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ holomorph? Berechne das komplexe Kurvenintegral $\int_C |z| dz$ für folgende Wege von -1 nach 1 :

- a) entlang der reellen Achse,
b) entlang dem oberen Halbkreis. (4 Punkte)

Aufgabe 35.3 (Wegunabhängigkeit des komplexen Kurvenintegrals)

Integriere $f(z) = z^n$, $n \in \mathbb{N}$, über folgende Wege von -1 nach 1 :

- a) entlang der reellen Achse,
b) entlang der Kurve mit Parameterdarstellung $c_1: [0, 1] \rightarrow \mathbb{C}$; $c_1(t) = 2t - 1$,
c) entlang dem unteren Halbkreis $c_2: [0, 1] \rightarrow \mathbb{C}$; $c_2(t) = e^{i\pi(t-1)}$. (5 Punkte)

Aufgabe 35.4 (Fouriertransformierte der Gaußfunktion)

In Aufgabe 29.10. wurde gezeigt, dass $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx = \sqrt{\pi}$.

Integriere e^{-z^2} , $z \in \mathbb{C}$, um ein Viereck, dessen Seiten wie folgt gegeben sind:
 $x = R$, $x = -R$, $y = 0$, $y = a/2$.

Betrachte den Limes $R \rightarrow \infty$, um zu zeigen, dass

$$\int_0^{\infty} e^{-x^2} \cos ax \, dx = \frac{1}{2} e^{-a^2/4} \sqrt{\pi}.$$

(7 Punkte)

Inversion

*I could be bounded in a nutshell, and count myself a king of infinite space,
were it not that I have bad dreams.*