Mathematik für Physiker III: Wintersemester 2009/10

C. Devchand

(1. Woche)

1. Die Integralsätze der Vektoranalysis
1.1 Green'sche Formel für ebene Bereiche; Flächeninhalt unter einer Kurve
1.2 Satz von Gauß; Beweis für $\mathbb{R}^3$
1.3 Green'sche Formeln
1.4 Stokes'scher Satz in $\mathbb{R}^3$
1.5 Satz: Für $f \in C^1(U, \mathbb{R}^n)$, $n = 2, 3, U$ offen, einfach zusammenhängend, gilt:
$$f = \nabla\phi \iff \text{rot } f = 0 \ .$$

(2. Woche)

2. Komplexe Zahlen
2.1 Multiplikation als Drehstreckung
2.2 Konvergenz komplexer Folgen, komplexe Potenzreihen, Konvergenzradius, Bsp.: $\exp z$

(3. Woche)

3. Holomorphe Funktionen
3.1 Komplexe Differenzierbarkeit ist wie reelle Differenzierbarkeit.
3.2 Komplexe Differenzierbarkeit ist *nicht* wie reelle Differenzierbarkeit; komplexe Ableitung als Drehstreckung
3.3 Cauchy-Riemann-Gleichungen, Eigenschaften holomorpher Funktionen, konjugierte harmonische Funktionen, $f = u + iv$ holomorph $\Longrightarrow$ Orthogonalität der Kurvenfamilien $u(x, y) = a$ und $v(x, y) = b$
4. Konforme Abbildungen

(4. Woche)

4.1 Möbiustransformationen, Verbindung mit der Relativitätstheorie
4.2 Die komplexe Inversion $z \mapsto z^{-1}$, Anwendung: Satz von Ptolemäus
4.3 Riemannsche Zahlensphäre, stereographische Projektion
4.4 Komplexe Exponentialfunktion

(5. Woche)

5. Mehrdeutige Funktionen
5.1 Beispiel von $z \mapsto \sqrt[3]{z}$
5.2 Komplexe Logarithmusfunktion
6. Einfache Kurve, Windungszahl
7. Komplexe Kurvenintegrale
7.1 Cauchys Integralsatz

(6. Woche)

7.2 Anwendungen von Cauchys Satz, Cauchys Integralformeln
„Holomorphe Funktionen sind glatt." Taylor- und Laurentreihen

7.3 Satz von Liouville, Fundamentalsatz der Algebra

8. Singularitäten analytischer Funktionen, Residuum eines einfachen Pols

(7. Woche)

8.1 Residuenkalkül, Cauchys Residuensatz, Beispiele, trigonometrische Integrale

9. Argumentprinzip für Polynome, Null- und Polstellen, Windungszahl,
Satz von Rouché für meromorphe Funktionen

(8. Woche)

10. Fouriertransformation

11. Gewöhnliche Differentialgleichungen (ODEs)

(9. Woche)

11.1 Elementare Lösungsmethoden, Trennung der Variablen

11.2 Lineare ODEs 1. Ordnung, Variation der Konstanten, Integrierender Faktor

11.3 Lineare ODEs 2. Ordnung mit konstanten Koeffizienten,
gedämpfte und angeregte Schwingungen, Pseudodifferentialoperatoren

(10. Woche)

11.4 Exakte Differentialgleichungen

12. Existenz und Eindeutigkeit von Lösungen: Satz und Verfahren von Picard-Lindelöf

(11. Woche)

13. Lineare ODEs n-ter Ordnung mit konstanten Koeffizienten

14. Jordan-Normalform für komplexe Matrizen

14.1 Lineare Systeme von ODEs 1. Ordnung mit konstanten Koeffizienten in $\mathbb{C}$

(12. Woche)

14.2 Jordan-Normalform für reelle Matrizen

14.3 Lineare Systeme von ODEs 1. Ordnung mit konstanten Koeffizienten in $\mathbb{R}$

14.4 Exponentialfunktion für Matrizen

15. Allgemeine lineare ODEs, Potenzreihenansatz

15.1 Beispiele: Legendre-, Hermite- und Bessel-Differentialgleichungen

(13. Woche)

15.2 Separationsansatz: zweidimensionale Wellengleichung und die Besselsche DGL
Schrödinger-Gleichung, assoziierte Legendre-Polynome und Laguerre-Polynome

16. Randwertprobleme 2. Ordnung, schwingende Saite, Wärmeleitungsgleichung

Vorschau

16.1 Das Sturmsche Randwertproblem, Greensche Funktion

16.2 Sturm-Liouville-Eigenwertproblem