

# Strukturen in der Mathematik mit physikalischem Hintergrund

Profil im Studiengang Master of Science Mathematik

Institut für Mathematik der Universität Potsdam

Stand: 27. September 2017

## 1 Überblick

In den Grundlagendisziplinen der Physik, von der allgemeinen Relativitätstheorie bis zur Quantenfeldtheorie, gibt es bis heute zahlreiche ungeklärte mathematische Fragen. Sie haben zu sehr interessanten aktuellen Entwicklungen in vielen Gebieten der Mathematik geführt, von der Analysis über die Geometrie bis zur Wahrscheinlichkeitstheorie. Die Profilrichtung *Strukturen in der Mathematik mit physikalischem Hintergrund* vermittelt den Studierenden die erforderlichen Grundkenntnisse und führt sie an die aktuelle Forschung heran.

In jährlich angebotenen Kursen zu den vier Teilgebieten Differentialgeometrie, Funktionalanalysis, Partielle Differentialgleichungen und Wahrscheinlichkeitstheorie werden die jeweiligen Grundlagen vermittelt. In anschließenden Aufbaukursen können zwei oder mehr dieser Teilgebiete vertieft werden. Spezialisierte Vorlesungen und Seminare zu aktuellen Forschungsthemen, teilweise in Zusammenarbeit mit dem Max-Planck-Institut für Gravitationsphysik in Potsdam, dienen der Heranführung an aktuelle Forschungsgebiete.

Nach erfolgreichem Abschluss des Masterstudiengangs in dieser Spezialisierungsrichtung können Absolventen in einem breiten beruflichen Umfeld tätig werden. Insbesondere ist eine anschließende Promotion möglich.

## 2 Struktur des Profils

In der Profilrichtung werden vom Institut für Mathematik folgende Lehrveranstaltungen angeboten:

- Die Grundmodule (je 9 LP):
  - Differentialgeometrie 1 (Sommersemester)
  - Funktionalanalysis 1 (Wintersemester)
  - Partielle Differentialgleichungen 1 (Wintersemester)
  - Stochastische Prozesse (Sommersemester)
- Die Aufbaumodule (je 9 LP):
  - Differentialgeometrie 2 (Wintersemester)
  - Funktionalanalysis 2 (Sommersemester)
  - Partielle Differentialgleichungen 2 (Sommersemester)
  - Stochastische Analysis (Wintersemester)
- Spezialmodule bestehend aus Vorlesungen oder Seminaren (6-9 LP), zu folgenden Themen:
  - Themen aus der Analysis

- Themen aus der Differentialgeometrie
- Themen in Geometrischer Analysis
- Themen in Wahrscheinlichkeitstheorie

Zum erfolgreichen Abschluss des Master of Science in diesem Profil absolvieren die Studierenden:

1. Mindestens sechs Module aus der obigen Liste der Grund- und Aufbaumodule des Profils. Wurden im Bachelorstudium schon thematisch entsprechende Module belegt, müssen diese durch andere Module des Masterstudiengangs ersetzt werden.
2. Module aus einem Zusatzfach im Umfang von mindestens 18 LP. Es wird empfohlen Module aus der Physik oder Spezialmodule des Profils zu belegen.
3. Der Masterstudiengang beinhaltet weiterhin zwei Seminare (je 6 LP), eine wissenschaftliche Arbeit (6 LP) sowie die abschließende Masterarbeit (30 LP). Die Seminare und die wissenschaftliche Arbeit sollten aus Spezialmodulen des Profils gewählt werden und idealerweise thematisch auf die Masterarbeit vorbereiten.
4. Die genauen Modalitäten regelt die gültige Studienordnung.

### 3 Kurzbeschreibungen der Module

#### Differentialgeometrie 1

- Mannigfaltigkeiten und Vektorbündel
- Metrik, Zusammenhang, Geodäten, Krümmung, Jacobifelder
- Untermannigfaltigkeiten
- Semi-Riemannsche Geometrie
- Anwendungen in der Theoretischen Physik

#### Differentialgeometrie 2

Der Inhalt dieses Moduls wechselt unter den folgenden Themen:

- Riemannsche Geometrie
- Lorentzgeometrie
- Symplektische Geometrie
- Spin-Geometrie

#### Funktionalanalysis 1

- Grundlegendes über Banach- und Hilberträume (Orthogonalbasen und Projektionen; Hahn-Banach Bairesche Kategorientheorem und Konsequenzen)
- Distributionen und Sobolevräume, Fouriertransformation
- Kompakte Operatoren, Fredholmoperatoren

## **Funktionalanalysis 2**

- Spektralsatz für beschränkte und unbeschränkte selbstadjungierte Operatoren
- Satz von Stone
- Quadratische Formen und Anwendungen auf unbeschränkte selbstadjungierte Operatoren
- Anwendungen: Elektrische und magnetische Felder, Feynman-Kac Formel

## **Partielle Differentialgleichungen 1**

- Grundlegende Beispiele: Wellengleichung, Wärmeleitungsgleichung, Poissongleichung
- Die Perronsche Methode
- Lineare Elliptische Gleichungen in Sobolevräumen

## **Partielle Differentialgleichungen 2**

Der Inhalt dieses Moduls wechselt unter den folgenden Themen:

- Methoden der Variationsrechnung
- Lineare und Nichtlineare Wellengleichungen
- Mikrolokale Analysis

## **Stochastische Prozesse**

- Markov-Ketten
- Konvergenz ins Gleichgewicht, Reversibilität
- Hauptbeispiele: Irrfahrt, Geburts- und Todesprozess, Poisson Prozess

## **Stochastische Analysis**

- Brownsche Bewegung: Konstruktion und Pfadeigenschaften
- Stochastische Integration und Itô-Differentialkalkül
- Stochastische Differentialgleichungen: Theorie und Beispiele (Langevin-Gleichung, geometrische Brownsche Bewegung)
- Martingaltheorie
- Zeittransformierte Brownsche Bewegung

## **Themen aus der Analysis**

Es werden Kurse zu folgenden Themen angeboten:

- Nichtlineare Analysis in Banachräumen
- Reelle Analysis
- Rektifizierbarkeit, Ströme und Varifaltigkeiten
- Regularisierung in Mathematik und Physik

- Spuren und Determinanten in Mathematik und Physik, Anomalien
- Renormierung auf Kegeln
- Dynamische Systeme
- Analytische Mechanik und symplektische Geometrie
- Streutheorie

### Themen aus der Differentialgeometrie

Es werden Kurse zu folgenden Themen angeboten:

- Spingeometrie
- Spektralgeometrie
- Einführung in die allgemeine Relativitätstheorie
- Eichtheorie
- Globale Analysis

### Themen in Geometrischer Analysis

Es werden Kurse zu folgenden Themen angeboten:

- Geometrische Variationsprobleme: Minimalflächen, Willmoreflächen, Harmonische Abbildungen
- Geometrische Evolutionsgleichungen: Mittlerer Krümmungsfluss, Riccifluss

### Themen in Wahrscheinlichkeitstheorie

Es werden Kurse zu folgenden Themen angeboten:

- Lévy-Prozesse
- Grenzwertsätze der Wahrscheinlichkeitstheorie
- Stochastische Modellierung
- Verzweigungsprozesse
- Statistische Mechanik

## 4 Exemplarischer Studienverlaufsplan

### Beginn im Wintersemester

1. Semester (Winter)	2. Semester (Sommer)	3. Semester (Winter)	4. Semester (Sommer)
Funktionalanalysis 1 (9 LP)	Differentialgeometrie 1 (9 LP)	Aufbaumodul 2 (9 LP)	Masterarbeit (30 LP)
Partielle Differentialgleichungen 1 (9 LP)	Stochastische Prozesse (9 LP)	Seminar 1 (6 LP)	
Wissenschaftliches Arbeiten (6 LP)	Aufbaumodul 1 (9 LP)	Seminar 2 (6 LP)	
Zusatzfach (6 LP)	Zusatzfach (6 LP)	Zusatzfach (6 LP)	
30 LP	33 LP	27 LP	30 LP

## Beginn im Sommersemester

1. Semester (Sommer)	2. Semester (Winter)	3. Semester (Sommer)	4. Semester (Winter)
Differentialgeometrie 1 (9 LP)	Funktionalanalysis 1 (9 LP)	Aufbaumodul 1 (9 LP)	Masterarbeit (30 LP)
Stochastische Prozesse (9 LP)	Partielle Differentialgleichungen 1 (9 LP)	Aufbaumodul 2 (9 LP)	
Seminar 1 (6 LP)	Seminar 2 (6 LP)	Wissenschaftliches Arbeiten (6 LP)	
Zusatzfach (6 LP)	Zusatzfach (6 LP)	Zusatzfach (6 LP)	
30 LP	30 LP	30 LP	30 LP

## 5 Ansprechpartner

Prof. Dr. Jan Metzger

0331-977-1180

[jan.metzger@uni-potsdam.de](mailto:jan.metzger@uni-potsdam.de)